

## Fizika A3 képletek és fogalmak

<u>Lorenz transzformáció</u>	$x' = (x - vt)\gamma$ $x = (x' + vt)\gamma$ $y' = y \quad z' = z \quad \gamma = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}^{-1}$ $t' = \left(t - \frac{v}{c^2}x\right)\gamma$ $t = \left(t' + \frac{v}{c^2}x'\right)\gamma$	
<u>Idődilatáció</u>	$t_1 - t_2 = \gamma \cdot (t'_1 - t'_2) \Rightarrow \Delta t < \Delta t'$	A hozzám képest mozgó rendszerben lassabban telik az idő
<u>Hosszúságkontrakció</u>	$x'_1 - x'_2 = \gamma \cdot (x_1 - x_2) \Rightarrow \Delta x' < \Delta x$	A hozzám képest mozgó rendszerben a távolságok lerövidülnek
<u>Sebességtranszformáció</u>	$v' = \frac{u + v}{1 - \frac{uv}{c^2}}$	<b>u</b> : a vizsgált sebesség a második rendszerben <b>v</b> : a két rendszer sebességkülönbsége
<u>Tömegnövekedés</u>	$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \Rightarrow p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$	
<u>Minkowski 4D tér</u>	$x^2 + y^2 + z^2 + (ct)^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 - (ct')^2$	Olyan tér, ahol a negyedik dimenzió az idő
<u>Kinetikus energia</u>	$E_k = m_0 c^2 \gamma - m_0 c^2$	
<u>Tömeg energia ekvivalencia</u>	$E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$	
<u>Doppler effektus</u>	$f' = f_0 \frac{1 \pm u_c / v}{1 \pm u_s / v}$	<b>u<sub>c</sub></b> : a forrás sebessége a levegőhöz viszonyítva <b>u<sub>s</sub></b> : a megfigyelő sebessége a levegőhöz képest <b>v</b> : a levegő terjedési sebessége
<u>Doppler effektus fénynél</u>	$f' = f_0 \sqrt{\frac{1 \pm v/c}{1 \mp v/c}}$	$\pm$ : ha közeledik $\mp$ : ha távolodik
<u>Foton és energiája</u>	$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ $E_{\phi} = h\nu$	<b>ε<sub>0</sub></b> : vákuum polarizáció <b>μ<sub>0</sub></b> : vákuum permeabilitása <b>ν</b> : a foton frekvenciája
<u>Fotoelektromos effektus</u>	$\frac{1}{2}mv^2 + \phi = h\nu$	Fény hatására elektronok lépnek ki a fém felületéből
<u>Szilárd testek fajhője</u>	$c_f = 3NK_B$	<b>N</b> : atomok száma <b>K<sub>B</sub></b> : Boltzmann állandó

<u>Operátorok, műveletek</u>	$Op(f) = g, f \rightarrow g$ $Op(\psi_1 + \psi_2) = Op\psi_1 + Op\psi_2$	
<u>Függvények skalárszorzata</u>	$\psi_1 \cdot \psi_2 := (\psi_1, \psi_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_1^* \cdot \psi_2$	$\psi_1^*$ : a függvény komplex konjugáltja
<u>Skalárszorzat jellemzői</u>	$(\psi_1, \psi_2) = (\psi_2, \psi_1)^*$ $(\psi_1, k \cdot \psi_2) = (k \cdot \psi_1, \psi_2) = k^* (\psi_1, \psi_2)$ $(\psi_1, 0) = 0$ $(\psi_1, \psi_2) = 0 \rightarrow \text{ortogonális}$ $\sqrt{(\psi, \psi)} = \ \psi\  \rightarrow \text{norma}$	
<u>Adjugált operátor</u>	$(Op\psi_1, \psi_2) = (\psi_1, Op^+\psi_2)$	<b>Op<sup>+</sup></b> : adjugált operátor
<u>Hermitikus operátor (önadjukált)</u>	$Op = Op^+$	
<u>Operátor sajátérték és sajátfüggvény egyenlete</u>	$Op\psi = k\psi$	<b>k</b> : sajátérték, valós, ha $Op = Op^+$ <b>ψ</b> : sajátfüggvény
<u>Heisenberg kvantummechanikai alapoperátorok</u>	$p_x \cdot x - x \cdot p_x = \frac{h}{i} \quad h = \frac{h}{2\pi}$	<b>ħ</b> : A Planck állandó 2π-ed része <b>p<sub>x</sub></b> : az impulzus operátor <b>x</b> : a hely operátor
<u>Heisenberg féle felcserélési törvény</u>	$\left( \psi_1, \frac{h}{i} \cdot \frac{d}{dx} \psi_2 \right) = \frac{h}{i} \int_{-\infty}^{\infty} \psi_1^* \cdot \frac{d\psi_2}{dx} dx =$ $= -\frac{h}{i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\psi_1}{dx} \cdot \psi_2 dx$	
<u>Hely operátor</u>	$x^{(op)}\psi = x \cdot \psi$	
<u>Impulzus operátor</u>	$p^{(op)}\psi = \frac{h}{i} \cdot \frac{d}{dx} \psi$	
<u>Energia potenciál operátor</u>	$V^{(op)}\psi = V(\psi)$	
<u>Energia operátor</u>	$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}$ $H^{(op)}\psi = \frac{p^2}{2m}\psi + V(\psi) = -\frac{h^2}{2m} \cdot \frac{d^2}{dx^2} \psi + V(\psi)$	
<u>Egy dimenziós Schrödinger egyenlet</u>	$-\frac{h^2}{2m} \cdot \frac{d^2\psi}{dx^2} + V(\psi) = E\psi$ $p = \int_V \psi^* \psi dx$	<b>ψ</b> : állapotfüggvény

	$V(x) = \begin{cases} 0, & \text{ha } x \leq 0 \\ V_0, & \text{ha } x > 0 \end{cases}$	
<u>Schrödinger egyenlet potenciál lépcsővel</u>	$\frac{d^2\psi_1}{dx^2} + \frac{2mE}{\hbar^2}\psi_1 = 0$ $\frac{d^2\psi_2}{dx^2} + \frac{2m(E - V_0)}{\hbar^2}\psi_2 = 0$	
<u>Feltételek állapotfüggvényekre</u>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Egyértékű</li> <li>- Folytonos (x=0-ban is)</li> <li>- Korlátos</li> <li>- Négyszeresen integrálható</li> <li>- Normálható</li> </ul>	
<u>Részecske áram</u>	$\gamma = \frac{\hbar}{2m} \left( \psi \cdot \frac{d\psi^*}{dx} - \psi^* \cdot \frac{d\psi}{dx} \right)$ $\gamma_A = \frac{A^* \cdot p^{(op)} A}{2m} + \frac{A \cdot p^{(op)} A^*}{2m} =  A ^2 \frac{p}{m}$ $\gamma_B =  B ^2 \frac{p}{m} \quad \gamma_C =  C ^2 \frac{p}{m}$	
<u>Áthaladási valószínűség</u>	$G = \frac{\gamma_C}{\gamma}$ $R = \frac{\gamma_B}{\gamma}$	
<u>Interferencia</u>	$l_2 - l_1 = n\lambda$ $l_2 - l_1 = (n + 0,5)\lambda$	Erősítés Gyengítés
<u>Foton frekvencia és hullámhossz összefüggése</u>	$f = \frac{E}{h}$ $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{hc}{hf} = \frac{hc}{E} = \frac{hc}{pc} = \frac{h}{p}$	
<u>Bohr atommodell</u>	$m \frac{v^2}{r^2} = \frac{e^2}{r^2} \Rightarrow v^2 = \frac{e^2}{mr}$ $n\lambda = n \frac{h}{p} = \frac{nh}{mv}$	<b>n</b> : 1, 2, 3, ...
<u>Bohr atommodell impulzusmomentuma</u>	$mvr = n \frac{h}{2\pi} \Rightarrow L = nh$	
<u>Bohr atommodell energiája</u>	$E = \frac{mv^2}{2} - \frac{e^2}{r} = \frac{me^4}{2n^2\hbar^2}$ $h\nu = E_m - E_n$	<b>E<sub>m</sub> - E<sub>n</sub></b> : a pályák energiakülönbsége
<u>Pályasugarak és pályaenergiaszint</u>	$r = u^2 \cdot a_0 \cdot z^{-1}$ $E_n = -z^2 \cdot E_0 \cdot h^{-2}$	<b>z</b> : rendszám <b>a<sub>0</sub></b> : Bohr atomsugár <b>E<sub>0</sub></b> : a nullponti energia

Impulzusmomentum operátorai

$$\underline{L} = \underline{r} \times \underline{p} \begin{cases} L_x = y \cdot p_z - z \cdot p_y \\ L_y = z \cdot p_x - x \cdot p_z \\ L_z = x \cdot p_y - y \cdot p_x \end{cases}$$

Kvantummechanikai impulzus operátorok

$$L_x^{(op)} = \frac{\hbar}{i} \left( y \cdot \frac{\partial}{\partial z} - z \cdot \frac{\partial}{\partial y} \right)$$

$$L_y^{(op)} = \frac{\hbar}{i} \left( z \cdot \frac{\partial}{\partial x} - x \cdot \frac{\partial}{\partial z} \right)$$

$$L_z^{(op)} = \frac{\hbar}{i} \left( x \cdot \frac{\partial}{\partial y} - y \cdot \frac{\partial}{\partial x} \right)$$

$$L^{(op)} = L^2 = L_x^2 + L_y^2 + L_z^2$$

Perdület operátor sajátértékegyenlete

$$L_z^{(op)} \psi = E \psi$$

$$\frac{\hbar}{i} \left( x \cdot \frac{\partial \psi}{\partial y} - y \cdot \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) = \lambda \psi$$

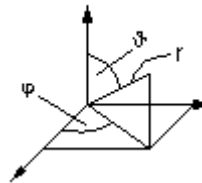
(Áttérés polárkoordinátákra)

$$x = r \sin \vartheta \cos \varphi$$

$$y = r \sin \vartheta \sin \varphi$$

$$z = r \cos \vartheta$$

(segédegyenlet)



$$\frac{\partial \psi}{\partial \varphi} = \frac{\partial \psi}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial \varphi} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial \varphi} = x \frac{\partial \psi}{\partial y} - y \frac{\partial \psi}{\partial x}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{\hbar}{i} \cdot \frac{d}{d\varphi} \psi = \lambda \psi$$

Időfüggetlen 3D Schrödinger egyenlet

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \psi + V(x, y, z) \psi = E \psi$$

$$V(r, \varphi, \vartheta) \rightarrow V(r) \sim \frac{1}{r}$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi + V(r) \psi = E \psi$$

Polárkoordinátás 3D Schrödinger egyenlet

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \left[ \frac{\partial \psi}{\partial \vartheta} + \text{ctg } \vartheta \cdot \frac{\partial \psi}{\partial \vartheta} + \frac{1}{\sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} \right] + \frac{2m}{\hbar^2} [E - V(r)] \psi = 0$$

Hullámfüggvény jelentése

$$p = |\psi|^2$$

A részecske megtalálási valószínűsége az adott helyen

Heisenberg határozatlansági elv

$$\Delta p \Delta x \geq \frac{h}{2}$$

Adott időben egyszerre nem ismerhetjük kellő pontossággal egy részecske helyét és impulzusát

Schrödinger egyenlet időfüggetlensége

$$-\frac{\hbar}{i} \frac{d}{dt} \psi(x, y, z, t) = H \psi(x, y, z, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi + V \psi$$

Harmonikus lineáris oszcillátor energiaszintjei

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \cdot \frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{\omega^2 m}{2} x^2 \psi = E \psi$$

$$E_n = \hbar \omega (n + 0,5) = h \nu (n + 0,5)$$

$$E_n - E_{n-1} = h \nu$$

$\omega$ : körfrekvencia

Nullponti energia

$$E_0 = \frac{h \nu}{2}$$

$$E = p c = h f$$

Részecskék De Broglie hullámhossza

$$f = \frac{c}{\lambda} \quad p = \frac{h}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m v}$$

Fotoeffektus energiája

$$e U_0 = E_m^{\max}$$

**e**: elektron töltése  
**U<sub>0</sub>**: Gyorsító feszültség

Compton-effektus



Elektromágneses sugárzás részecskeszerű viselkedése. Laza elektronszerkezetű anyagra bocsátott röntgen sugárzás szóródik és megváltozik a

$\lambda_C$ : Anyag Compton hullámhossza

frekvenciája

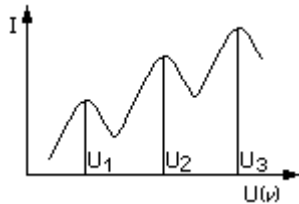
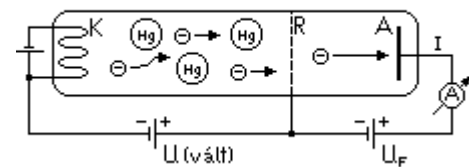
$$\lambda - \lambda' = \lambda_C (1 - \cos \vartheta)$$

Planck-féle sugárzási törvény

$$\varepsilon(\nu) = \frac{D \nu}{\exp\left(\frac{h \nu}{k T}\right) - 1}$$

**D**: konstans  
**k**: Boltzmann állandó  
 **$\nu$** : frekvencia  
**T**: abszolút hőmérséklet

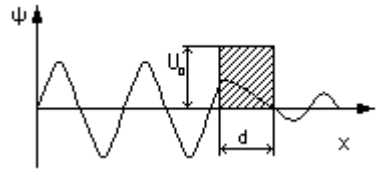
Frank-Hertz kísérlet



Egy edényben kisnyomású Hg-gőz van. A fémszál (K) izzítása során elektronokat keltünk, majd ezeket a fémszál és egy az elektronok számára átjárható (R) rács közé kapcsolt U feszültséggel gyorsítjuk. Az elektronok ütközhetnek a Hg atomokkal és ha ezután átjutnak a rácson, akkor egy fékező elektromos térbe kerülnek, amelynek célja az, hogy a nagyon kis energiájú elektronok ne ériék el az A elektródot. A mérés eredménye: rugalmas ütközés a Hg atomokkal csak kvantált feszültségek esetén jön létre.

	Fő kvantumszám	$n=1,2,3,\dots$	Energiaszint:	$E_n = \frac{me^4}{32\pi^2 \epsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{1}{n^2}$
<u>Kvantumszámok jelentése</u>	Mellék kvantumszám	$l=0,1,\dots,n-1$	Impulzus:	$L = h\sqrt{l \cdot (l+1)}$
	Mágneses kvantumszám	$m=0, \pm 1, \dots, \pm l$		$L_m = mh$
	Spin kvantumszám	$s = \pm 0,5$		$L_s = h\sqrt{s(s+1)}$

Alagúteffektus



A Schrödinger egyenlet megoldása során egy véges magasságú potenciálfal mellett az elektron megtalálási valószínűsége a falon kívül nem nulla, holott az átjutáshoz nincs elég energiája. Az átjutás valószínűsége exponenciálisan csökken a fal vastagságával ( $d$ ) valamint a fal és az elektron energiakülönbségével.

Pauli elv Egy atomi rendszeren belül csak különböző állapotú elektronok lehetnek, nem lehet két azonos kvantumszámú elektron a helyben

Szigetelők elektronszerkezete A legfelső sáv teljesen be van töltve, és a vezetési sáv több, mint 6 eV távolságra van a betöltött sávától (GAP)

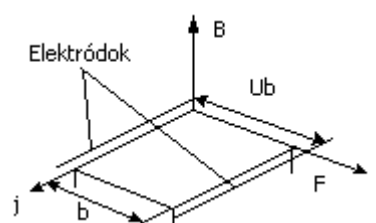
Félvezetők elektronszerkezete A hőmérséklet növelésével egyes szigetelőkben a hőmozgás miatt kimozdulhatnak az elektronok a betöltött sávból és átugorhatnak a vezetési sávba, ezzel elektron-lyuk párokat hoznak létre. A GAP maximuma, 2 eV lehet

Vezetők elektronszerkezete A betöltött sáv fölött a vezetési sáv gyakorlatilag 0 eV GAP terület után követi.

Szupravezetés Anyagok bizonyos hőmérséklet alatt elvesztik ellenállásukat, pajlagos ellenállásuk nulla lesz. A szupravezető kiszorítja magából a mágneses teret, és benne sincs mágneses mező

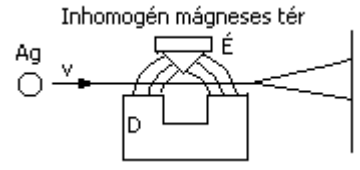
Fotovezetés Egyes anyagokban az elektromágneses besugárzás megváltoztatja a vezetőképességet

Hall-effektus



Az árammal járt ( $j$ ) hasáb alakú minta mágneses térbe ( $B$ ) helyezve a Lorentz erő eltéríti a töltéshordozókat és az erő irányába tereli a töltéseket. Ha az elektromos mező irányával párhuzamosan (merőlegesen a  $b$  oldalra) elektródokat teszünk, akkor a két elektród között feszültség ébred

Stern-Galack kísérlet



A kísérlettel közvetlenül kimutatható az elektron spinje. Az ábrán látható berendezésen  $v$  sebességgel átlított Ag ionok inhomogén mágneses térben eltérülnek, és a vizsgáló ernyőn két különböző sávokba csapódnak be. Az Ag ion legkülső helyén lévő elektron mágneses momentuma nulla, ezért azt várnánk, hogy egy folt keletkezik. Ehelyett két részre bomlik, amiből arra lehet következtetni, hogy az elektronnak kell lennie egy nem pálya jellegű momentuma is, ami a spin.

Abszolút fekete test sugárzása Fekete test olyan test, ami a rá eső összes sugárzást elnyeri. A fekete test azonban hőmérsékettől függően meghatározott sugárzást bocsát ki. A fekete test modellezhető sugárzást át nem eresztő fémbe készített üreg segítségével. A lyukon behatoló sugárzást többszörös reflexió után elnyeli. A fal  $T$  abszolút hőmérsékletű lesz, és az üreget a hőmérséklettel egyensúlyt tartó elektromágneses sugárzás tölti ki